

SPIIS TREŚCI

WSTĘP	3
--------------------	---

LICZBY I DZIAŁANIA

Liczby naturalne.....	9
Cechy podzielności	9
Rozkład liczby na czynniki pierwsze	10
NWD i NWW.....	11
Liczby całkowite.....	12
Działania w zbiorze liczb całkowitych	12
Dodawanie	12
Odejmowanie.....	13
Mnożenie	13
Dzielenie.....	14
Liczby wymierne	16
Działania w zbiorze liczb wymiernych - ułamki zwykłe i dziesiętne	17
Postać ułamka.....	17
Działania na ułamkach zwykłych	17
Działania na ułamkach dziesiętnych.....	24
Potęgi i pierwiastki	30
Potęgi	30
Pierwiastki	36
Liczby niewymierne.....	38
Procenty	43
Oś liczbowa.....	49

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Zapisywanie i odczytywanie wyrażeń algebraicznych.....	50
Wartość liczbowa wyrażeń algebraicznych	51
Jednomiany	52
Sumy algebraiczne	55
Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych	55
Mnożenie i dzielenie sum algebraicznych przez jednomian.....	56
Mnożenie sum algebraicznych przez sumy algebraiczne.....	57
Wylączanie wspólnego czynnika przed nawias	57

Wzory skróconego mnożenia.....	60
Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia.....	62
Zastosowanie wzorów do obliczeń liczbowych.....	62
Zastosowanie wzorów do usuwania niewymierności z mianownika.....	63
Zamiana sumy algebraicznej na iloczyn.....	64
Ułamki algebraiczne.....	65
Działania na ułamkach algebraicznych.....	65
Skracanie i rozszerzanie ułamków.....	65
Dodawanie i odejmowanie ułamków.....	66
Mnożenie i dzielenie ułamków.....	66

RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI, UKŁADY RÓWNAŃ

Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.....	67
Równania sprzeczne i tożsamościowe.....	72
Nierówności liniowe z jedną niewiadomą.....	74
Nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.....	74
Układy równań.....	79
Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań.....	81

ZADANIA TEKSTOWE

Etapy rozwiązywania zadań tekstowych.....	91
Zadania tekstowe.....	91

FUNKCJE I WYKRESY

Układ współrzędnych.....	113
Pojęcie funkcji.....	114
Własności funkcji.....	119
Funkcja liniowa i jej własności.....	121
Proporcjonalność prosta.....	135

GEOMETRIA NA PŁASZCZYŹNIE

Wprowadzenie do geometrii.....	141
Kąty i ich rodzaje.....	143
Rodzaje kątów.....	144
Trójkąty i ich własności.....	148
Podział trójkątów.....	148
Czworokąty i ich własności.....	152
Rodzaje trapezów.....	153
Wielokąty foremne.....	157
Własności kół i okręgów.....	160
Wzajemne położenie prostej i okręgu.....	162
Wzajemne położenie dwóch okręgów.....	163
Kąty w kole.....	166
Okręgi i wielokąty.....	170
Pola figur geometrycznych.....	174
Twierdzenie Pitagorasa.....	179
Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.....	182
Przystawanie figur.....	187
Twierdzenie Talesa.....	190
Podział odcinka.....	194

Podobieństwo figur	194
Trójkąty o kątach 90° , 45° , 45° oraz 90° , 30° , 60°	199
Przekształcenia geometryczne.....	206
Symetria osiowa	206
Figury osiowosymetryczne.....	207
Symetria środkowa.....	207
Symetrie w układzie współrzędnych.....	208

GEOMETRIA W PRZESTRZENI

Graniasłupy.....	210
Kąty w graniasłupach.....	212
Prostopadłościan.....	213
Sześcian.....	213
Graniastosłup prawidłowy trójkątny.....	214
Pole powierzchni i objętość graniastosłupów.....	214
Ostrosłupy.....	222
Kąty w ostrosłupach.....	224
Ostrosłup prawidłowy czworokątny.....	226
Pole powierzchni i objętość ostrosłupów	227
Bryły obrotowe.....	235
Pole powierzchni i objętość brył obrotowych.....	239

WYBRANE ZADANIA Z EGZAMINÓW GIMNAZJALNYCH	247
--	-----

WZORY	258
Definicja potęgowania	258
Twierdzenia dotyczące działań na potęgach.....	258
Definicja pierwiastkowania	258
Twierdzenia dotyczące działań na pierwiastkach.....	258
Wzory skróconego mnożenia.....	259
Pola figur geometrycznych na płaszczyźnie	259
Własności wielokątów foremnych.....	261
Pola powierzchni całkowitej i objętości brył	262
Twierdzenie Pitagorasa.....	264
Twierdzenie Talesa	265

INDEKS HASEŁ	266
---------------------------	-----

LICZBY CAŁKOWITE

Zbiór liczb całkowitych – oznaczamy literą C – tworzą liczby naturalne i liczby do nich przeciwnne.

$$C = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Zbiór liczb całkowitych możemy podzielić na zbiór **liczb całkowitych dodatnich** C_+ oraz zbiór **liczb całkowitych ujemnych** C_- .

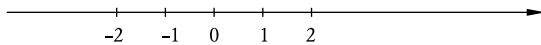
$$C_+ = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

$$C_- = \{-1, -2, -3, -4, -5, -6, \dots\}$$

Zero nie jest ani liczbą ujemną, ani liczbą dodatnią.

W zbiorze liczb całkowitych wykonalne są działania dodawania, odejmowania i mnożenia. Oznacza to, że suma, różnica i iloczyn dwóch liczb całkowitych jest liczbą całkowitą.

Liczby całkowite możemy przedstawić na osi liczbowej, pamiętając o tym, że liczby przeciwne leżą po przeciwnych stronach od zera w tej samej odległości.



Gdy a oznacza pewną liczbę, to liczbą przeciwną do niej jest liczba $-a$, np. liczbą przeciwną do 2 jest liczba (-2) , a liczbą przeciwną do (-5) jest liczba $-(-5) = 5$.

Aby omówić działania w zbiorze liczb całkowitych, należy przypomnieć pojęcie wartości bezwzględnej.

Wartością bezwzględną liczby x – ozn. $|x|$ – nazywamy odległość tej liczby od zera na osi liczbowej.

Definicja symboliczna: $|x| = \begin{cases} x, & \text{dla } x \geq 0 \\ -x, & \text{dla } x < 0 \end{cases}$

Wartość bezwzględna dowolnej liczby jest **zawsze** liczbą dodatnią.

PRZYKŁADY

- $|3| = 3$
- $|0| = 0$
- $|-13| = 13$
- $|-1,25| = 1,25$
- $|\frac{2}{5}| = \frac{2}{5}$

DZIAŁANIA W ZBIORZE LICZB CAŁKOWITYCH

DODAWANIE

Aby dodać dwie liczby całkowite o tych samych znakach, dodajemy ich wartości bezwzględne, a do wyniku dopisujemy taki znak, jaki mają te liczby.

Aby dodać dwie liczby całkowite o różnych znakach, od większej wartości bezwzględnej liczby odejmujemy mniejszą, a do wyniku dopisujemy taki znak, jaki ma liczba o większej wartości bezwzględnej.

PRZYKŁADY

$$-22 + (-5) = -27$$

$$-12 + 30 = 18$$

$$-56 + 22 = -34$$

$$\begin{aligned} -12 + (-32) + 25 + (-18) &= \\ = -12 + (-32) + (-18) + 25 &= \\ = -62 + 25 &= -37 \end{aligned}$$

$|22| = 22$, $|-5| = 5$ do wyniku dopisujemy znak (-), gdyż obie liczby są ujemne.

$|-12| = 12$, $|30| = 30$ zatem $30 - 12 = 18$, w wyniku otrzymujemy liczbę dodatnią, gdyż $30 > 12$.

$|-56| = 56$, $|22| = 22$ zatem $56 - 22 = 34$, do wyniku dopisujemy znak (-), gdyż $56 > 22$.

Korzystamy z przemienności dodawania i dodajemy najpierw liczby ujemne.

$|-62| = 62$, $|25| = 25$
zatem $62 - 25 = 37$
do wyniku dopisujemy znak (-), gdyż $62 > 25$.

ODEJMOWANIE

Przy odejmowaniu liczb całkowitych pamiętaj, aby zamienić je na dodawanie liczby przeciwnej, a następnie postępuj jak w dodawaniu.

PRZYKŁADY

a) $-22 - (-5) =$
 $= (-22) + 5 = -17$

Liczbą przeciwną do (-5) jest 5.
 $|-22| = 22$, $|5| = 5$, do wyniku dopisujemy znak (-), gdyż $22 > 5$.

b) $-12 - 30 =$
 $= (-12) + (-30) = -42$

Liczbą przeciwną do 30 jest (-30) .
 $|-12| = 12$, $|-30| = 30$
zatem $30 + 12 = 42$, do wyniku dopisujemy znak (-), gdyż obie liczby są ujemne.

c) $-16 + 14 - 5 =$
 $= -16 + 14 + (-5) =$
 $= -21 + 14 =$
 $= -7$

Zamieniamy odejmowanie na dodawanie liczby przeciwnej.
Dodajemy liczby ujemne, pamiętając o zasadzie podanej wcześniej.
Dodajemy liczby o przeciwnych znakach, czyli $21 - 14 = 7$ i do wyniku dodajemy znak (-), gdyż większą wartość bezwzględną ma liczba ujemna.

MNOŻENIE

Jeżeli mnożymy **dwie liczby całkowite o jednakowych znakach**, to wynik jest **dodatni**. Jeżeli mnożymy **dwie liczby całkowite o różnych znakach**, to wynik jest **ujemny**.

Jeżeli w iloczynie występuje parzysta liczba znaków (-), to wynik jest dodatni, jeżeli liczba znaków (-) jest nieparzysta, to wynik jest ujemny.

PRZYKŁADY

a) $-22 \cdot (-5) =$
 $= 110$

Mnożymy dwie liczby o jednakowych znakach, zatem wynik dodatni.

b) $-12 \cdot 6 =$
 $= -72$

Mnożymy dwie liczby o różnych znakach, więc do wyniku dopisujemy znak (-).

SPRAWDZENIE:

$$\begin{aligned}
 L &= -4 \cdot (3 \cdot 4 - 2)^2 = -4 \cdot (12 - 2)^2 = \\
 &= -4 \cdot 10^2 = -4 \cdot 100 = -400 \\
 P &= (12 - 6 \cdot 4) \cdot (12 + 6 \cdot 4) + 8 \cdot 4 = \\
 &= (12 - 24) \cdot (12 + 24) + 32 = -12 \cdot 36 + 32 = \\
 &= -432 + 32 = -400 \\
 L &= P
 \end{aligned}$$

Aby sprawdzić, czy liczba 4 spełnia równanie, podstawiamy ją w miejsce niewiadomej do wyjściowego równania.

$$\text{b) } (2x + 1)^2 + (5 - x)^2 = 5(x - 3)^2 + 5$$

ROZWIĄZANIE:

$$\begin{aligned}
 (4x^2 + 4x + 1) + (25 - 10x + x^2) &= 5(x^2 - 6x + 9) + 5 \\
 4x^2 + 4x + 1 + 25 - 10x + x^2 &= 5x^2 - 30x + 45 + 5 \\
 5x^2 - 6x + 26 &= 5x^2 - 30x + 50 \quad / - 5x^2 \\
 -6x + 26 &= -30x + 50 \\
 24x &= 24 \quad / : 24 \\
 x &= 1
 \end{aligned}$$

Korzystamy z wzorów skróconego mnożenia, następnie opuszczamy nawiasy:

Redukujemy wyrazy podobne:

Przenosimy niewiadome na lewą, a wiadome (liczby) na prawą stronę i redukujemy wyrazy podobne.

SPRAWDZENIE:

$$\begin{aligned}
 L &= (2 \cdot 1 + 1)^2 + (5 - 1)^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \\
 P &= 5 \cdot (1 - 3)^2 + 5 = 5 \cdot (-2)^2 + 5 = 5 \cdot 4 + 5 = 20 + 5 = 25 \\
 L &= P
 \end{aligned}$$

Aby sprawdzić, czy liczba 1 spełnia równanie, podstawiamy ją w miejsce niewiadomej do wyjściowego równania.

NIERÓWNOŚCI LINIOWE Z JEDNĄ NIEWIADOMĄ

Nierówność nazywamy dwa wyrażenia połączone znakiem $<$, $>$, \leq , \geq , w których występuje jedna lub więcej niewiadomych, np.:

$$\begin{aligned}
 \text{Nierówność z jedną niewiadomą: } &3x < x + 2; \quad -5x^2 \geq x - 2x^2 \\
 \text{Nierówność z dwiema niewiadomymi: } &5x > 2y - 1, 4; \quad 3x - y^2 + 2 \leq 0
 \end{aligned}$$

Jeżeli w nierówności występuje znak $<$, $>$, to mówimy o **nierówności ostrej**, jeżeli występuje znak \leq , \geq , to mówimy o **nierówności nieostrej**.

Nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą

Nierówność pierwszego stopnia z jedną niewiadomą lub **nierówność liniową z jedną niewiadomą** nazywamy nierównością, w której występuje tylko jedna niewiadoma i jest ona w pierwszej potęgze, np.:

$$3x > x + 7; \quad 9x - 72 \leq 8(x + 13); \quad -5(2x - 1) \geq x - 4(x - 3)$$

Rozwiązaniem nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą jest **każda liczba**, która spełnia tę nierówność (czyli po podstawieniu w miejsce niewiadomej daje nierówność prawdziwą).

PRZYKŁADY

Sprawdź, która z podanych liczb 3 , -2 , -4 , $\frac{1}{2}$ jest rozwiązaniem nierówności $9x - (4x + 9) \geq -19$

dla $x = 3$

$$9 \cdot 3 - (4 \cdot 3 + 9) \geq -19$$

$$27 - (12 + 9) \geq -19$$

$$27 - 21 \geq -19$$

$$6 \geq -19$$

Zatem liczba 3 jest rozwiązaniem tej nierówności.

Podstawiamy w miejsce niewiadomej liczbę 3 i otrzymujemy następującą nierówność:

dla $x = -2$

$$9 \cdot (-2) - (4 \cdot (-2) + 9) \geq -19$$

$$-18 - (-8 + 9) \geq -19$$

$$-18 - 1 \geq -19$$

$$-19 \geq -19$$

Zatem liczba (-2) jest rozwiązaniem tej nierówności.

Podstawiamy w miejsce niewiadomej liczbę -2 i otrzymujemy następującą nierówność:

dla $x = -4$

$$9 \cdot (-4) - (4 \cdot (-4) + 9) \geq -19$$

$$-36 - (-16 + 9) \geq -19$$

$$-36 - (-7) \geq -19$$

$$-36 + 7 \geq -19$$

$$-29 \geq -19$$

Zatem liczba (-4) nie jest rozwiązaniem tej nierówności.

Podstawiamy w miejsce niewiadomej liczbę -4 i otrzymujemy następującą nierówność:

dla $x = \frac{1}{2}$

$$9 \cdot \frac{1}{2} - \left(4 \cdot \frac{1}{2} + 9 \right) \geq -19$$

$$4,5 - (2 + 9) \geq -19$$

$$4,5 - 11 \geq -19$$

$$-6,5 \geq -19$$

Zatem liczba 0,5 jest rozwiązaniem tej nierówności.

Podstawiamy w miejsce niewiadomej liczbę 0,5 i otrzymujemy następującą nierówność:

Nierówności mające ten sam zbiór rozwiązań nazywamy **nierównościami równoważnymi**, np.:
 $x > 1$; $4x - 4 > 0$; $2(3x + 1) > -2(x - 5)$; $-2x + 3 < 1$

Aby **rozwiązać nierówność**, przekształcamy ją w coraz prostsze nierówności równoważne. W tym celu stosujemy następujące twierdzenia:

- I. Jeśli do obu stron nierówności dodamy lub odejmiemy to samo wyrażenie** - to otrzymamy nierówność równoważną danej.
- II. Jeśli obie strony nierówności pomnożymy lub podzielimy przez tę samą liczbę dodatnią** - to otrzymamy nierówność równoważną danej.
- III. Jeśli obie strony nierówności pomnożymy lub podzielimy przez tę samą liczbę ujemną i zmienimy znak nierówności na przeciwny** - to otrzymamy nierówność równoważną danej.
- IV. Jeśli jedną lub obydwie strony nierówności przekształcimy, stosując znane prawa działań** (np. redukcja wyrazów podobnych, usunięcie nawiasów) - to otrzymamy nierówność równoważną danej.

PRZYKŁADY

Jeśli do obu stron nierówności $2x + 11 > 5$ dodamy liczbę 3, to otrzymamy nierówność równoważną postaci $2x + 14 > 8$.

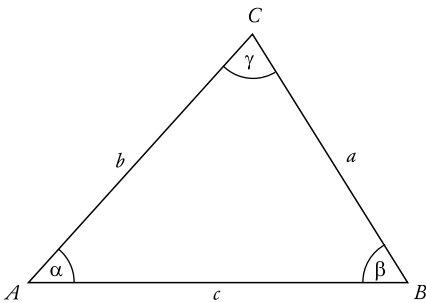
$$\begin{aligned}\alpha + \delta + \angle y &= 180^\circ \\ 70^\circ + \delta + 60^\circ &= 180^\circ \\ \delta + 130^\circ &= 180^\circ \quad /-130^\circ \\ \delta &= 50^\circ\end{aligned}$$

Kąty α , δ i y to kąty wewnętrzne trójkąta, zatem suma ich miar wynosi 180° .

Szukane miary kątów to: $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 70^\circ$, $\gamma = 120^\circ$, $\delta = 50^\circ$.

TRÓJKĄTY I ICH WŁASNOŚCI

Trójkątem nazywamy wielokąt o trzech bokach, trzech kątach i trzech wierzchołkach.



Punkty A , B , C - wierzchołki trójkąta.
Odcinki AB , BC , AC (a , b , c) - boki trójkąta.
Kąty α , β , γ - kąty wewnętrzne trójkąta.

Aby obliczyć **obwód trójkąta (L)**, należy zsumować długości boków tego trójkąta.

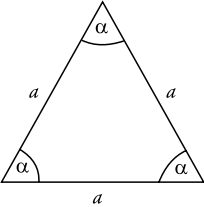
$$L = a + b + c$$

Długość każdego boku jest liczbą dodatnią.

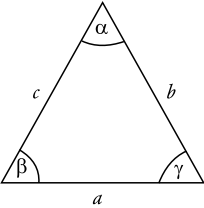
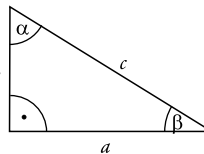
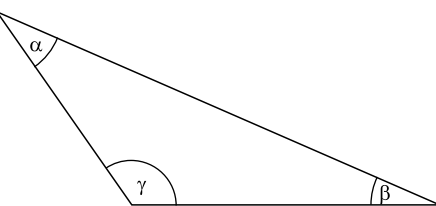
Podział trójkątów

1) ZE WZGLĘDU NA BOKI

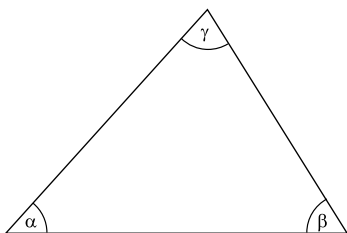
różnoboczny		$a \neq b \neq c$
równoramienne		<p>b - ramię trójkąta a - podstawa trójkąta</p> <p>Kąty przy podstawie mają równe miary.</p>

równoboczny		$\alpha = 60^\circ$
-------------	---	---------------------

2) ZE WZGLĘDU NA KĄTY

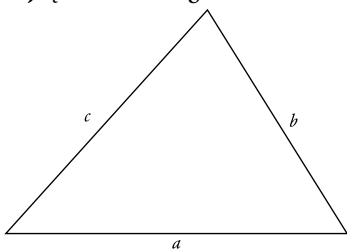
ostrokątny		$\alpha < 90^\circ$ $\beta < 90^\circ$ $\gamma < 90^\circ$
prostokątny		$\alpha + \beta = 90^\circ$ <i>a, b</i> - przyprostokątne <i>c</i> - przeciwprostokątna
rozwartokątny		$\alpha < 90^\circ$ $\beta < 90^\circ$ $90^\circ < \gamma < 180^\circ$

Suma miar kątów wewnętrznych w trójkącie wynosi 180° .



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

W trójkącie suma długości dwóch dowolnych boków jest większa od długości boku trzeciego.



nierówność trójkąta

$$a + b > c$$

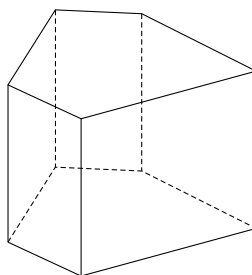
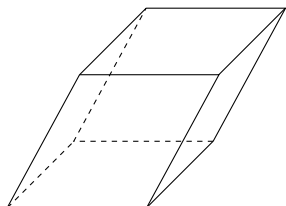
$$b + c > a$$

$$a + c > b$$

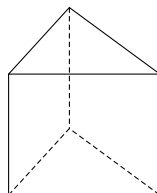
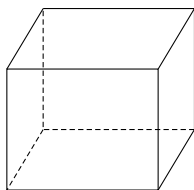
GEOMETRIA W PRZESTRZENI

GRANIASTOSŁUPY

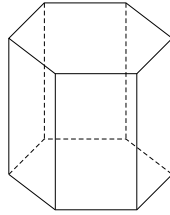
Graniastosłupem nazywamy wielościan, którego dwie ściany zwane podstawami są wielokątami przystającymi leżącymi w dwóch różnych równoległych płaszczyznach, a ściany boczne są równoległobokami.



Graniastosłupem prostym nazywamy taki graniastosłup, w którym wszystkie krawędzie boczne są prostopadłe do obu podstaw.



Gnaniastostupem prawidłowym nazywamy gnaniastostup prosty, którego podstawy są wielokątami foremnymi.

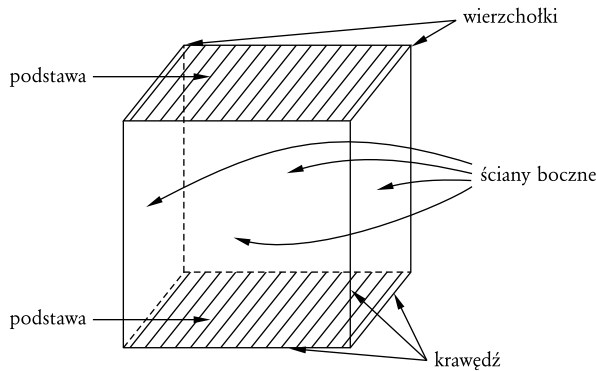


Szkicując bryłę, pamiętaj, aby odcinki równoległe w rzeczywistości były równoległe na rysunku, a odcinki równej długości w rzeczywistości miały równą długość na rysunku. Pamiętaj, aby odcinki ważne nie pokrywały się na twoich rysunkach.

W nazwie gnaniastostupa zawarta jest informacja o tym, jaki wielokąt występuje w podstawie, np.:

- **gnaniastostup trójkątny** - w podstawie jest trójkąt
- **gnaniastostup czworokątny** - w podstawie jest czworokąt
- **gnaniastostup sześciokątny** - w podstawie jest sześciokąt

W gnaniastostupie wyróżniamy **krawędzie**, **wierzchołki**, **ściany boczne** i dwie **podstawy**.



Jeżeli gnaniastostup ma w podstawie wielokąt o n -kątach, to:

- liczba ścian wynosi: $n + 2$
- liczba wierzchołków wynosi: $2n$
- liczba krawędzi wynosi: $3n$

PRZYKŁADY

Gnaniastostup pięciokątny		Gnaniastostup stukątny	
w podstawie:	pięciokąt	w podstawie:	wielokąt o stu kątach
liczba ścian:	7	liczba ścian:	102
liczba wierzchołków:	10	liczba wierzchołków:	200
liczba krawędzi:	15	liczba krawędzi:	300

Wysokością gnaniastostupa nazywamy odcinek prostopadły do obu podstaw, którego końce należą do płaszczyzny podstaw.

W gnaniastostupie prostym **wysokością** jest **krawędź boczna** tego gnaniastostupa.

Przekątną gnaniastostupa nazywamy każdy odcinek, który łączy wierzchołki obu podstaw nienależące do tej samej ściany gnaniastostupa.

WYBRANE ZADANIA Z EGZAMINÓW GIMNAZJALNYCH

ZADANIE 1 (MAJ 2002)

Akwarium, w którym Marek hoduje rybki, ma wymiary 5 dm, 8 dm, 6 dm. Marek wlewa do niego wodę przepływającą przez kran z szybkością 8 dm^3 na minutę. Do jakiej wysokości woda w akwarium będzie sięgać po 10 minutach? Zapisz obliczenia.

DANE:

$$a = 5 \text{ dm}$$

$$b = 8 \text{ dm}$$

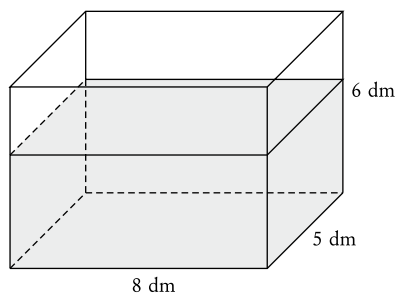
$$c = 6 \text{ dm}$$

woda przepływa z szybkością: $8 \text{ dm}^3 / 1 \text{ min}$

ROZWIĄZANIE:

SZUKANE:

H - wysokość, do jakiej będzie sięgać woda po 10 minutach



$$1 \text{ min} \text{ — } 8 \text{ dm}^3$$

$$10 \text{ min} \text{ — } 80 \text{ dm}^3$$

Po 10 minutach w akwarium będzie 80 dm^3 wody.

Obliczamy, jaka musi być wysokość tego akwarium o podstawie $8 \text{ dm} \times 5 \text{ dm}$, aby jego objętość wyniosła 80 dm^3 :

$$V_w = a \cdot b \cdot H_w$$

$$80 = 5 \cdot 8 \cdot H_w$$

$$80 = 40 \cdot H_w \quad / : 40$$

$$H_w = 2[\text{dm}]$$

Obliczamy, ile dm^3 wody będzie w akwarium po 10 minutach.

Objętość prostopadłościanu: $V = a \cdot b \cdot H$

Wprowadzamy oznaczenia:

V_w - objętość akwarium w części wypełnionej wodą

H_w - wysokość wody po 10 minutach

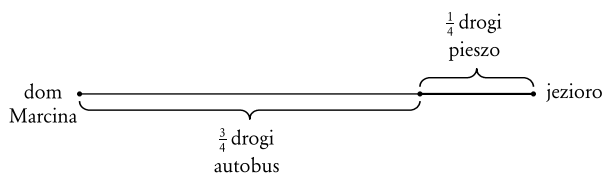
$$V_w = 80 \text{ dm}^3$$

ODPOWIEDZ: Po 10 minutach woda w akwarium będzie sięgać do wysokości 2 dm.

ZADANIE 2 (MAJ 2002)

Marcin przebywa autobusem $\frac{3}{4}$ drogi do jeziora, a pozostałą część piechotą. Oblicz odległość między domem Marcina a jeziorem, jeżeli trasa, którą przebywa pieszo, jest o 8 km krótsza, niż trasa, którą przebywa autobusem. Zapisz obliczenia.

ROZWIĄZANIE:



ANALIZA:

x - odległość w kilometrach pomiędzy domem Marcina a jeziorem

$\frac{3}{4}x$ - część drogi przebyta autobusem

$\frac{1}{4}x$ - część drogi przebyta pieszo

8 km - różnica pomiędzy odległością przebytą autobusem a odległością przebytą pieszo

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x = 8 \quad / \cdot 4$$

$$4x - x = 32$$

$$2x = 32$$

$$x = 16[\text{km}]$$

Układamy równanie:

Odległość między domem Marcina a jeziorem:

SPRAWDZENIE:

$$\frac{3}{4} \cdot 16 = 3 \cdot 4 = 12[\text{km}]$$

$$\frac{1}{4} \cdot 16 = 1 \cdot 4 = 4[\text{km}]$$

$$12 \text{ km} - 4 \text{ km} = 8 \text{ km}$$

Część drogi przebyta autobusem:

Część drogi przebyta pieszo:

Sprawdzamy, czy droga przebyta autobusem jest o 8 km dłuższa od drogi przebytej pieszo:

ODPOWIEDZ: Odległość między domem Marcina a jeziorem wynosi 16 km.

ZADANIE 3 (MAJ 2002)

Przed przystąpieniem do budowy latawca Janek rysuje jego model. Model ten przedstawiono na rysunku w skali 1 : 10. Oblicz pole powierzchni latawca zbudowanego przez Janka, wiedząc, że długości odcinków AC i BD równe są odpowiednio 4 cm i 2 cm, oraz $AC \perp BD$ i S – środek BD . Zapisz obliczenia.

DANE:

$$|AC| = 4 \text{ cm}$$

$$|BD| = 2 \text{ cm}$$

$$AC \perp BD$$

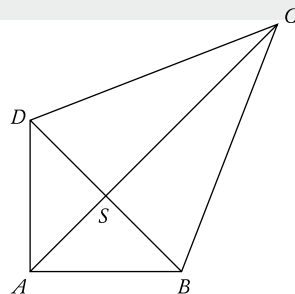
 S – środek BD

Skala - 1 : 10

SZUKANE:

 P - pole deltoidu (latawca)

$$P = \frac{1}{2} p \cdot q$$

 p, q - przekątne deltoidu

ROZWIĄZANIE:

$$|AC| = 4 \cdot 10 = 40 \text{ cm}$$

$$|BD| = 2 \cdot 10 = 20 \text{ cm}$$

$$P = \frac{1}{2} p \cdot q$$

$$P = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BD|$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 20 = 20 \cdot 20$$

$$P = 400 [\text{cm}^2]$$

ODPOWIEŹ: Pole powierzchni latawca wykonanego przez Janka wynosi 400 cm².

Wymiary w rzeczywistości:

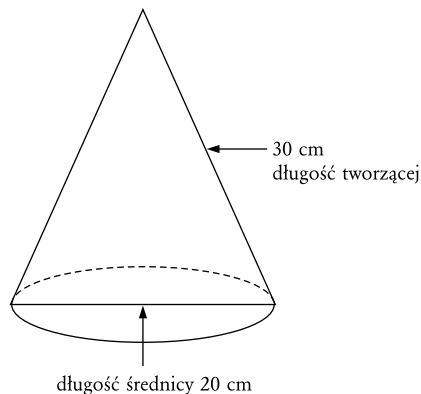
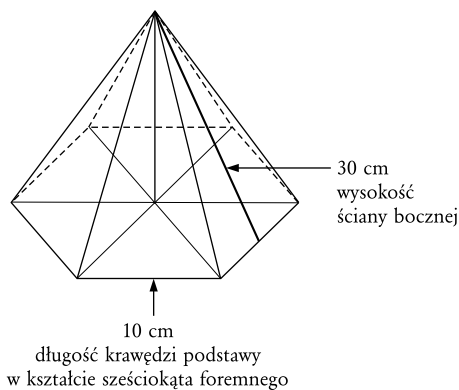
Wyznaczamy rzeczywiste wymiary latawca.

Skala 1 : 10 informuje nas o tym, że 1 cm na mapie odpowiada 10 cm w rzeczywistości.

Obliczamy pole powierzchni latawca:

Zauważ, że odcinki AC i BD są przekątnymi deltoidu (latawca), gdyż przecinają się pod kątem prostym $AC \perp BD$.**ZADANIE 4 (MAJ 2002)**

Na zabawę karnawałową Beata wykonała kartonowe czapeczki w kształcie brył narysowanych poniżej:



Ile papieru zużyła na każdą z czapeczek? Na którą czapeczkę zużyła więcej papieru? Zapisz obliczenia.