

SPIS TREŚCI

Drodzy Uczniowie	6
I. Ułamki zwykłe	9
Ułamki właściwe i niewłaściwe	9
Skracanie ułamków	11
Rozszerzanie ułamków	12
Dodawanie ułamków o tych samych mianownikach	13
Odejmowanie ułamków o tych samych mianownikach	14
Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika	16
Dodawanie ułamków o różnych mianownikach	18
Odejmowanie ułamków o różnych mianownikach	21
Mnożenie ułamków	25
Dzielenie ułamków	28
Potęgowanie ułamków	31
Wyciąganie pierwiastków	32
Kolejność wykonywania działań	33
II. Ułamki dziesiętne	41
Dodawanie ułamków dziesiętnych	41
Odejmowanie ułamków dziesiętnych	42
Mnożenie ułamków dziesiętnych	42
Mnożenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000... ..	43
Dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000... ..	44

Dzielenie ułamków dziesiętnych	45
Działania na ułamkach dziesiętnych	47
Zamiana ułamków dziesiętnych na ułamki zwykłe	49
Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne	50
III. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych	59
Obliczanie ułamka danej liczby	64
Liczby na co dzień	67
IV. Figury na płaszczyźnie	75
Kąty	76
Kąty przyległe	77
Kąty wierzchołkowe	79
Proste równoległe przecięte trzecią prostą	80
Trójkąty	82
Podział trójkątów	82
Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta	83
Wysokość trójkąta	85
Czworokąty	86
Pola figur	88
V. Graniastosłupy	101
VI. Procenty	111
Zamiana procentów na ułamki	111
Zamiana ułamków na procenty	116
Obliczanie procentu danej liczby	117
Obliczanie liczby, gdy znany jest jej procent	119
Obliczanie, ile procent jednej liczby stanowi druga	122
Rozwiązywanie zadań tekstowych	125
Diagramy procentowe	130
VII. Liczby ujemne	137

Dodawanie liczb ujemnych	137
Odejmowanie liczb ujemnych	139
Mnożenie liczb ujemnych	145
Dzielenie liczb ujemnych	147
Potęgowanie liczb ujemnych	149
Działania na liczbach ujemnych	151
VIII. Wyrażenia algebraiczne	157
Zapisywanie wyrażeń algebraicznych	157
Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń algebraicznych	161
Sumy algebraiczne	164
Redukcja wyrazów podobnych	165
Mnożenie sum algebraicznych przez liczby	167
Dzielenie sum algebraicznych przez liczby	170
IX. Równania i nierówności	177
Zapisywanie równań	177
Rozwiązywanie równań	180
Rozwiązywanie zadań tekstowych	184
Zapisywanie nierówności	202
X. Układ współrzędnych	209
Zaznaczanie punktów w układzie współrzędnych	209
Odczytywanie długości odcinków	212
Odczytywanie danych z wykresów	213

W książce **Matematyka kl. 4** znajdziesz następujące działy:

Liczby naturalne, Ułamki zwykłe, Ułamki dziesiętne, Geometria

W książce **Matematyka kl. 5** znajdziesz następujące działy:

Liczby naturalne, Ułamki zwykłe, Ułamki dziesiętne, Procenty, Pola figur, Graniastopy

FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE



IV. Figury na płaszczyźnie

.A

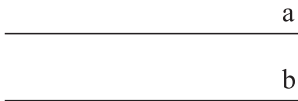


Najmniejszą figurą geometryczną jest punkt. Punkty oznaczamy dużymi literami alfabetu.

Proste oznaczamy małymi literami.



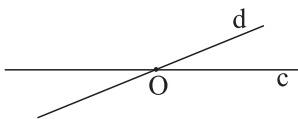
\overline{AB} – odcinek – składa się z punktów A i B (są to końce odcinka) oraz z wszystkich punktów zawartych między punktami A i B.



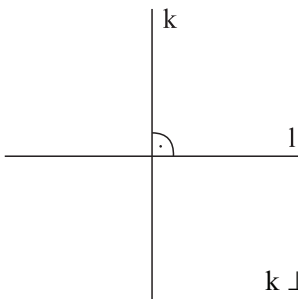
Są to proste równoległe – nie mają punktów wspólnych lub mają wszystkie punkty wspólne (pokrywają się).

$a = b$

$a \parallel b$

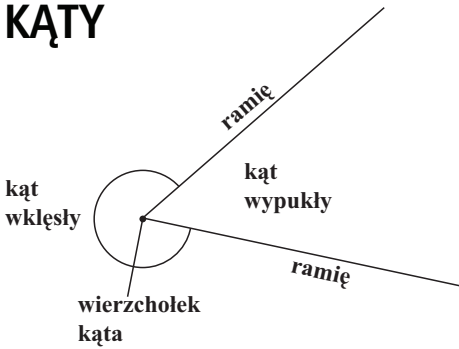


Proste przecinające się – mają 1 punkt wspólny.

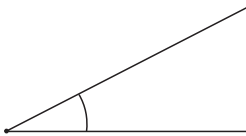


Jeżeli proste przecinają się pod kątem prostym, są to proste **prostokątne**.

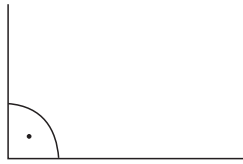
KĄTY



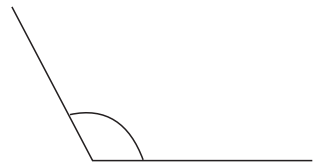
Rodzaje kątów



kąt ostry
(ma mniej niż 90°)

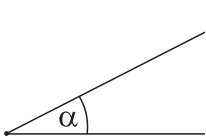


kąt prosty ma 90°
(zaznaczamy kropką)

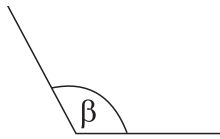


kąt rozwarty
(ma więcej niż 90°
a mniej niż 180°)

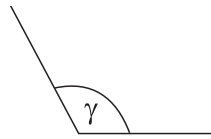
Kąty oznaczamy:



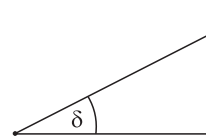
$\sphericalangle \alpha$ – kąt alfa



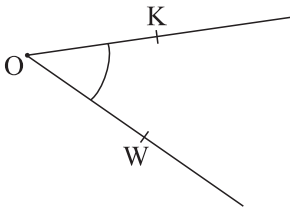
$\sphericalangle \beta$ – kąt beta



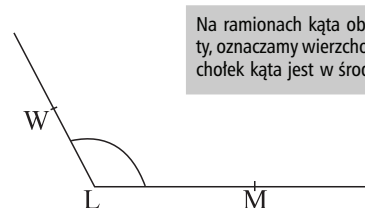
$\sphericalangle \gamma$ – kąt gamma



$\sphericalangle \delta$ – kąt delta



$\sphericalangle KOW$



$\sphericalangle WLM$

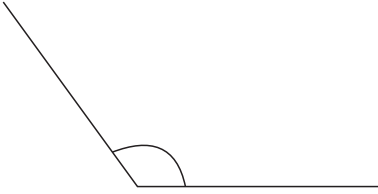
Na ramionach kąta wybieramy 2 dowolne punkty, oznaczmy wierzchołek kąta. W zapisie wierzchołek kąta jest w środku.



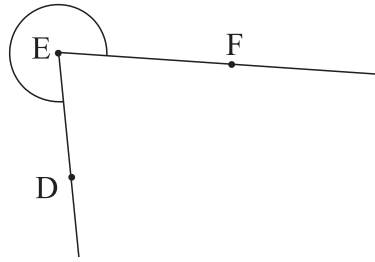
$\sphericalangle AOB$ – kąt półpełny ma 180°



kąt pełny ma 360°

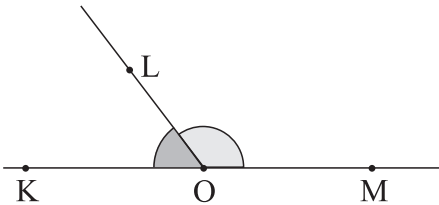


kąt wypukły ma
nie więcej niż 180°



\sphericalangle FED – kąt wklęsły ma więcej
niż 180° , a mniej niż 360°

KĄTY PRZYLEGLÉ



$$\sphericalangle KOL + \sphericalangle LOM = 180^\circ$$

- mają wspólny wierzchołek O
- mają wspólne ramię OL
- pozostałe ramiona przedłużają się
- w sumie mają 180°

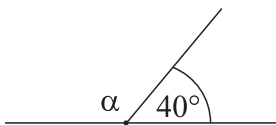
ZADANIE 1

Jeden z kątów przyległych ma:

a) 40° b) 120° c) 80°

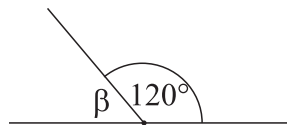
Oblicz miarę drugiego.

a)



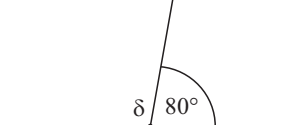
$$\alpha = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

b)



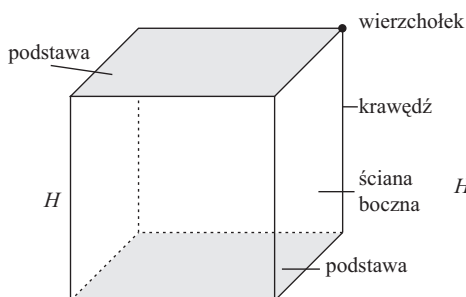
$$\beta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

c)

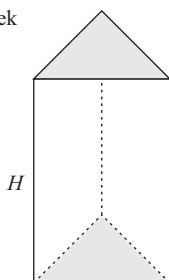


$$\delta = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

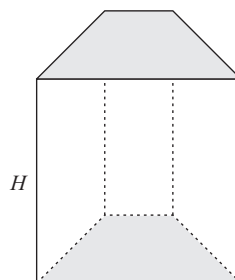
V. Graniastosłupy



Graniastosłup
czworokątny



Graniastosłup
trójkątny



Graniastosłup
czworokątny

Graniastosłupy mają:

- 2 podstawy, które mogą być dowolnymi wielokątami
- ściany boczne, które są prostokątami

H – to wysokość graniastosłupa

Przyjmujemy **oznaczenia**:

P_p – pole podstawy

P_b – pole powierzchni bocznej

P_c – pole powierzchni całkowitej

V – objętość graniastosłupa

$$P = 2P_p + P_b$$

$$V = P_p \cdot H$$

Obliczamy pole podstawy, pola ścian bocznych – prostokątów.

pole podstawy · wysokość

Jednostki pola: 1 cm², 1 dm², 1 m² ...

Jednostki objętości: 1 cm³, 1 dm³, 1 m³, 1 liter, 1 mililitr ...

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$(1 \text{ cm})^3 = (10 \text{ mm})^3$$

$$1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$(1 \text{ dm})^3 = (10 \text{ cm})^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$(1 \text{ m})^3 = (100 \text{ cm})^3$$

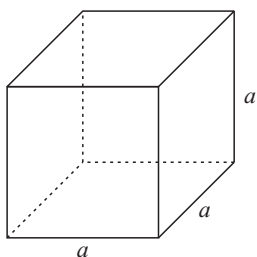
$$1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$$

ZADANIE 1

Oblicz pole powierzchni i objętość sześcianu o krawędzi 7 dm.



$$P = 6 \cdot a^2$$

$$P = 6 \cdot 7 \cdot 7$$

$$P = 294 \text{ dm}^2$$

$$V = P_p \cdot H$$

$$V = a^3$$

$$V = a \cdot a \cdot a$$

$$V = 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$V = 343 \text{ dm}^3$$

Sześcian ma 6 ścian, każda jest kwadratem.

$P_p = a \cdot a$ – w podstawie jest kwadrat
 H – też jest równa a , bo sześcian ma wszystkie krawędzie równe.

Odpowiedź:

Pole powierzchni sześcianu wynosi 294 dm^2 , a objętość jest równa 343 dm^3 .

ZADANIE 2

Pole powierzchni sześcianu jest równe 96 cm^2 . Oblicz objętość.

$$P = 6 \cdot a^2$$

$$96 = 6 \cdot a^2$$

$$6 \cdot a^2 = 96 / : 6$$

$$a^2 = 16$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

Podstawiamy do wzoru.

Zamieniamy miejscami.

Obie strony dzielimy przez 6.

$$\text{bo } 4 \cdot 4 = 16$$

$$V = a^3 = a \cdot a \cdot a$$

$$V = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \text{ cm}^3$$

Obliczamy objętość.

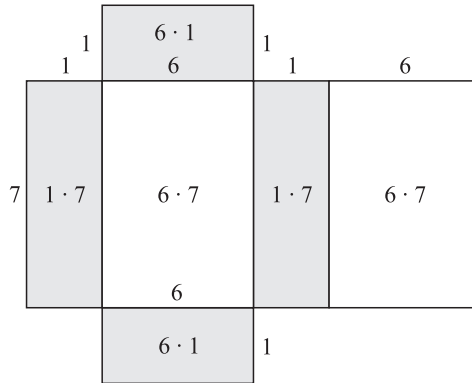
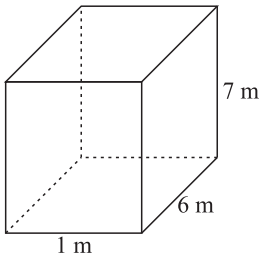
Odpowiedź:

Objętość wynosi 64 dm^3 .

ZADANIE 3

Oblicz pole powierzchni i objętość prostopadłościanu o wymiarach $1 \text{ m} \times 6 \text{ m} \times 7 \text{ m}$.

Siatka pomoże Ci obliczyć pola poszczególnych ścian.



$$\begin{aligned} P &= 2 \cdot (1 \cdot 7 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 1) = \\ &= 2 (7 + 42 + 6) = 2 \cdot 55 = \\ &= 110 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Ściany mają parami równe pola.

$$V = P_p \cdot H$$

$$P_p = 1 \cdot 6 = 6 \text{ m}^2$$

$$H = 7 \text{ m}$$

$$V = 6 \text{ m}^2 \cdot 7 \text{ m} = 42 \text{ m}^3$$

$V = \text{pole podstawy} \cdot \text{wysokość}$

Odpowiedź:

Pole powierzchni sześcianu wynosi 110 dm^2 , natomiast objętość 42 dm^3 .

$$5x = 29$$

$$x = \frac{29}{5}$$

$$x = 5\frac{4}{5}$$

Dzielimy obie strony przez 5.

„Wyciągamy całości”.

ROZWIĄZYWANIE ZADAŃ TEKSTOWYCH

ZADANIE 1

W klasie VI d uczy się 26 uczniów. Dziewcząt jest o 4 więcej niż chłopców. Ilu chłopców i ile dziewcząt jest w tej klasie?

I etap – ustalamy niewiadomą, oznaczamy ją literą:

x – liczba chłopców

$x + 4$ – liczba dziewcząt

Bo jest ich o 4 więcej.

II etap – zapisujemy równanie:

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & (x + 4) & = & 26 & & \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ \text{liczba} & & \text{liczba} & & \text{liczba wszystkich} & & \\ \text{chłopców} & & \text{dziewcząt} & & \text{uczniów} & & \end{array}$$

III etap – rozwiązujemy równanie:

$$x + x + 4 = 26$$

$$2x + 4 = 26$$

$$2x = 26 - 4$$

$$2x = 22 \quad / : 2$$

$$x = 11$$

Redukujemy wyrazy podobne po lewej stronie.
„Przenosimy” 4 na prawą stronę – zmieniamy znak.

Dzielimy obie strony przez liczby stojące przy x .

IV etap – sprawdzamy, czy otrzymane rozwiązanie jest zgodne z treścią zadania:

liczba chłopców – 11

liczba dziewcząt – $11 + 4 = 15$

liczba wszystkich uczniów – $11 + 15 = 26$

Przez x oznaczaliśmy ilość chłopców.

Z treści zadania wynika, że wszystkich uczniów jest 26.

V etap – zapisujemy odpowiedź:

Odpowiedź:

W klasie jest 11 chłopców i 15 dziewcząt.

ZADANIE 2

Metalowy pręt o długości 8,4 m rozcięto na dwie części, z których jedna jest 2 razy dłuższa od drugiej. Jaką długość mają te części?

I etap – ustalamy niewiadomą:

x – długość krótszej części
 $2x$ – długość dłuższej części

„2 razy dłuższa” sugeruje mnożenie przez 2.

II etap – zapisujemy równanie:

$$x + 2x = 8,4$$

Bo długość pręta wynosi 8,4 m.

III etap – rozwiązujemy równania:

$$3x = 8,4 \quad /: 3$$

Redukujemy wyrazy podobne po lewej stronie.

$$x = 2,8$$

Dzielimy przez 3, bo stoi przy x .

IV etap – sprawdzamy, czy otrzymane rozwiązanie jest zgodne z treścią zadania :

długość krótszej części – 2,8
 długość dłuższej części – $2 \cdot 2,8 = 5,6$
 długość pręta (krótsza część + dłuższa część) – $2,8 + 5,6 = 8,4$
 długość pręta z warunków zadania – 8,4 m

V etap – zapisujemy odpowiedź:

Odpowiedź:

Jedna część ma 2,8 m, a druga 5,6 m.

ZADANIE 3

Za 6 długopisów po 1,50 zł każdy i 4 zeszyty Ala zapłaciła 18,80 zł. Ile kosztował zeszyt?

I etap – ustalamy niewiadomą:

- x – cena zeszytu
- $4x$ – tyle kosztowały 4 zeszyty
- $6 \cdot 1,50$ zł – tyle kosztowały długopisy
- $18,80$ zł – tyle kosztowały wszystkie zakupy Ali

ilość · cena = kwota do zapłaty

II etap – zapisujemy równanie:

$$4x + 6 \cdot 1,50 = 18,80$$

III etap – rozwiązujemy równanie:

$$4x + 9,0 = 18,8$$

$$4x = 18,8 - 9$$

$$4x = 9,8$$

$$x = 2,45$$

„Przenosimy” 9 na prawą stronę – zmieniamy znak.

Dzielimy obie strony przez 4.

IV etap – sprawdzamy, czy otrzymane rozwiązanie jest zgodne z treścią:

- Cena zeszytu – $2,45$ zł
- Za 4 zeszyty zapłacono – $4 \cdot 2,45 = 9,8$ zł
- Za długopisy zapłacono – $6 \cdot 1,50 = 9$ zł
- Za zakupy zapłacono – $9,8 + 9 = 18,80$ zł
- Za zakupy zapłacono – z treści zadania – $18,80$ zł

V etap – zapisujemy odpowiedź:**Odpowiedź:**Zeszyt kosztował $2,45$ zł.**ZADANIE 4**

W trzech koszykach jest razem 72 jabłek. W pierwszym jest 26 jabłek, a w dwóch pozostałych po tyle samo. Ile jabłek jest w każdym koszyku?

I etap – ustalamy niewiadomą:

- x – ilość jabłek w drugim koszyku
- x – ilość jabłek w trzecim koszyku
- 26 – ilość jabłek w pierwszym koszyku
- 72 – ilość jabłek w trzech koszykach

Bo w obu jest tyle samo.